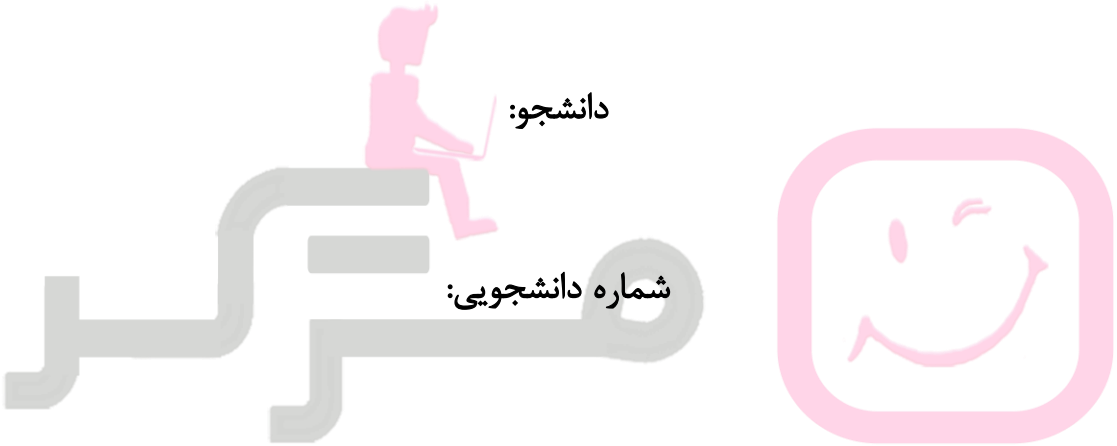
پروژه درس مکانیک سیالات ۲

موضوع:

اثبات گام به گام روابط لایه مرزی بلازیوس



دانشجو:

شماره دانشجویی:

استاد مربوطه:

فهرست مطالب:

فهرست جداول ۳

۱سوال یک پروژه ۴

۱-۱صورت مساله ۴

۱-۲فرضیات ۴

۱-۳حل معادله بلازیوس ۴

۲سوال دو پروژه ۷

۲-۱صورت مساله ۷

۲-۲حل تشابهی ۷

۳سوال سه پروژه ۱۰

۳-۱صورت مساله ۱۰

۳-۲روش حل معادله بلازیوس ۱۰

۴سوال چهار پروژه ۱۲

۴-۱صورت مساله ۱۲

۴-۲رابطه لایه مرزی ۱۲

۵سوال پنج و شش پروژه ۱۴

۵-۱صورت مساله ۱۴

۵-۲ضریب اصطکاک قشری و تنش برشی دیوار ۱۴

۵-۳ضریب اصطکاک ۱۴

۵-۴ضخامت مومنتوم ۱۴

۶سوال هفت پروژه ۱۵

۶-۱صورت مساله ۱۵

۷پروفیل سرعت ۱۵

۸توضیح کد متلب ۱۶

فهرست اشکال:

شکل ۱-۳: نمودار تابع $f'(\eta)$ برحسب η ۱۰
شکل ۱-۷: مقایسه پروفیل سرعت در کار حاضر(آبی رنگ) با پروفیل فون کارمن(سبز رنگ) ۱۵

فهرست جداول:

جدول ۱-۳:مقایسه نتایج پروفیل سرعت بلازیوس در کار حاضر و کتاب مکانیک سیالات وایت ۱۱

۱ سوال یک پروژه

۱-۱ صورت مسأله

معادله دیفرانسیل ناویراستوکس را با توجه به فرضیات پرانتل برای لایه مرزی، گام به گام ساده سازی کرده تا به معادلات لایه مرزی تدریس شده دست یابید. تمام مراحل ساده سازی و روند بدست آوردن معادلات لایه مرزی، در گزارش پروژه نوشته شود. همچنین دلیل فیزیکی و منطقی هر ترمی که ساده میشود باید به طور مشخص در گزارش، ذکر گردد.

۱-۲ فرضیات

فرضیات به شرح زیر است:

۱-جریان تراکم ناپذیر است.

۲-جریان آرام فرض می شود.

۳-سیال نیوتونی است.

۴-جریان در حالت پایدار می باشد.

۵-طبق تئوری جریان پتانسیل گرادیان فشار روی صفحه تخت صفر می باشد.

۱-۳ حل معادله بلازیوس

ابتدا آنالیز مرتبه مقداری روی معادله ناویر استوکس انجام می دهیم.

ماکزیمم مقدار بردار x در راستای صفحه L می باشد پس مرتبه مقداری x به این صورت خواهد بود :

$$x \propto L$$

مرتبه مقداری راستای y برابر با ضخامت لایه مرزی است، چرا که در خارج از لایه مرزی ما تغییرات نداریم و جریان آزاد حاکم است.

$$y \propto \delta$$

مرتبه مقداری راستای طولی سرعت U برابر با سرعت جریان آزاد می باشد به عبارتی دیگر:

$$U \propto U_{\infty}$$

برای تعیین مرتبه مقداری راستای عرضی سرعت V از معادله پیوستگی استفاده می شود. قانون پیوستگی به

شکل زیر می باشد:

$$\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}=0$$

و از این رابطه مرتبه مقداری گرفته می شود. لازم به ذکر است که در مرتبه مقداری علامت مهم نمی باشد.

$$\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}=0\Rightarrow\frac{U_\infty}{L}+\frac{\mathrm{O}(V)}{\delta}=0\Rightarrow V\ \propto\frac{\delta U_\infty}{L}$$

در ادامه مرتبه مقداری ویسکوزیته را بدست می آوریم. از حل روش فون کارمن می دانیم که:

.....

۲ سوال دو پروژه

۲-۱ صورت مسأله

پس از بدست آوردن معادلات لایه مرزی، با استفاده فرضیات بلازیوس، معادله دیفرانسل معمولی مرتبه - ۳ لایه مرزی (معادله بلازیوس) و شرایط مرزی آن را، گام به گام اثبات کرده و بدست بیاورید. معادله لایه مرزی بلازیوس و شرایط مرزی آن به شرح زیر است.

۲-۲ حل تشابهی

معادله مرحله قبل یک معادلهPDE می باشد و یکی از روش های حل معادلات PDE حل تشابهی است. ایده ی حل تشابهی این است که معادلات PDE را به معادلات ODE تبدیل می کند.

برای حل معادله تشابه نیاز به پارامتر تشابه و تابع تشابه داریم پارامتر تشابه پارامتری است که به جای اینکه با چند متغیر سروکار داشته باشیم فقط با این پارامتر مسئله را پیش می بریم. این پارامتری ترکیبی از خصوصیات سیال، هندسه و جریان است.

$$\eta=y\sqrt{\frac{U}{\nu x}}$$

نحوه ی بدست آوردن پارامتر تشابه با استفاده از دید مساله فون کارمن و به صورت زیر است:

$$\eta = \frac{y}{\delta} = \frac{y}{\frac{\delta}{x}x} \approx \frac{y}{\sqrt{\frac{\nu}{Ux}}x} = \frac{y}{\sqrt{\frac{\nu x}{U}}}$$

تابع تشابه را نیز به صورت زیر فرض می شود:

$$\frac{u}{U_\infty} = g(\eta)$$

از تابع جریان می دانیم:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \Rightarrow \psi = \int u dy$$

حال در رابطه بالا به جای dy از پارامتر تشابه استفاده می کنیم که داریم:

$$\eta = y\sqrt{\frac{U}{\nu x}} \Rightarrow d\eta = dy\sqrt{\frac{U}{\nu x}} \Rightarrow dy = \frac{d\eta}{\sqrt{\frac{U}{\nu x}}} = \sqrt{\frac{\nu x}{U}}d\eta$$

.....

۳ سوال سه پروژه

۳-۱ صورت مساله

معادله بلازیوس را با اســتفاده از نرم افزار MATLAB حل کرده و مقدار مشــتق تابع f را برحســب پارامتر η در یک جدول مطابق با جدول ۱ - ۷ کتاب مکانیک سیالات وایت ارائه دهید. سپس ذکر کنیدکه در چه مقدار برای η، مقدار u/U تقریبا برابر با ۰/۹۹ شده است.

۳-۲ روش حل معادله بلازیوس

حال معادله $\frac{1}{2}f(\eta)f''(\eta)+f'''(\eta)=0$ را با روش رانگ کوتاه مرحله ۴ با کد متلب بدست آورده که نمودار و جدول ان مشابه زیر است که با نتایج کتاب وایت نیز مقایسه شده است.

.....

٤ سوال چهار پروژه

٤-١ صورت مساله

لبه لایه مرزی، مقدار u/U تقریبا برابر با ۰/۹۹ شـود، لذا با توجه به قسـمت ۳، رابطه های برای ارتفاع لایه مرزی بر حسب عدد رینولدز و x (محور مختصات در راستای صفحه) بدست آورد.

.....

٥ سوال پنج و شش پروژه

٥-١ صورت مساله

با توجه به رابطه بدسـت آمده برای ضـخامت لایه مرزی، رابطه ای مشـابه (از نظر سـاختار) با ضـخامت لایه مرزی برای مقدار ضـریب اصـطکاک قشـری (فانینگ)، ضـریب اصـطکاک و ضـخامت مومنتوم و همچنین رابطه ای برای مقدار تنش برشـی روی صـفحه بر حسـب x بدسـت بیاورید. و این روابط را بر حسـب رینولدز و سـرعت و طول توضیح دهید.

٥-٢ ضریب اصطکاک قشری و تنش برشی دیوار

در خصوص مقدار ضریب اصطکاک قشری و تنش برشی روی دیوار می دانیم:

$$C_f = \frac{\tau_{wall}}{\frac{\rho U^2}{2}}$$

$$\tau_{wall} = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial \eta}(u)\frac{\partial \eta}{\partial y} = Uf^{"}(\eta)\sqrt{\frac{U}{\nu x}} \Rightarrow @\, y = 0 \rightarrow \eta = 0$$

$$\tau_{wall} = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} = \mu U f^{"}(0)\sqrt{\frac{U}{\nu x}} = \mu U f^{"}(0)\sqrt{\frac{Ux}{\nu x^2}} = \frac{\mu U f^{"}(0)\sqrt{\mathrm{Re}}}{x} = \frac{0.33\mu U\sqrt{\mathrm{Re}}}{x}$$

$$C_f = \frac{\tau_{wall}}{\frac{\rho U^2}{2}} = \frac{2\mu f^{"}(0)\sqrt{\mathrm{Re}}}{\rho U x} = \frac{0.66}{\sqrt{\mathrm{Re}}}$$

.....

٦ سوال هفت پروژه

٦-١ صورت مساله

پروفیل u/U که از حل دقیق معادلات بلازیوس بدست آمده و پروفیل سرعت مرتبه ۲ را بر حسب پارامتر $\frac{y}{\delta}$ در یک نمودار رسم کرده و با همدیگر مقایسه کنید. محور عمودی پارامتر u/U و محور افقی پارامتر $\frac{y}{\delta}$ باشد.

٧ پروفیل سرعت

پروفیل سرعت توسط فون کارمن مطابق با رابطه زیر است:

$$u = U\left(\frac{2y}{\delta} - \left(\frac{y}{\delta}\right)^2\right) \Rightarrow \frac{u}{U} = \left(\frac{2y}{\delta} - \left(\frac{y}{\delta}\right)^2\right)$$

و اما در روابط بدست آمده در این پروژه داریم:

$$\eta = y\sqrt{\frac{U}{\nu x}} = y\sqrt{\frac{Ux}{\nu x^2}} = \frac{y}{x}\sqrt{\mathrm{Re}}$$

$$\frac{\delta}{x} = \frac{6}{\sqrt{\mathrm{Re}}} \Rightarrow \frac{\sqrt{\mathrm{Re}}}{x} = \frac{6}{\delta}$$

$$\Rightarrow \eta = y\frac{6}{\delta} \Rightarrow \frac{\eta}{6} = \frac{y}{\delta}$$

جهت دانلود فایل کامل پروژه بر روی لینک زیر کلیک کنید.

پروژه اثبات گام به گام روابط لایه مرزی بلازیوس درس مکانیک سیالات ۲ مهندسی مکانیک (۴۲۱۸)

https://www.mrcad.ir/product/٤٢١٨/